

verma module relations for type G2

$$\lambda = (\lambda_1, \lambda_2) \in \mathbb{Z}^2, \quad V(\lambda) = \langle \varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1} V^+ \rangle, \quad x_i V^+ = 0, \quad h_i V^+ = \lambda_i V^+$$

$$\begin{aligned} \varphi_1(\varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1} V^+) &= \varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1+1} V^+ - e_2 \varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3+1} \varphi_2^{e_2-1} \varphi_1^{e_1} V^+ \\ &\quad - 2e_3 \varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4+1} \varphi_3^{e_3-1} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1+1} V^+ - 3e_4 \varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5+1} \varphi_4^{e_4-1} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1} V^+ \\ &\quad - 3e_3(e_3-1) \varphi_6^{e_6+1} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3-2} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1} V^+ \end{aligned}$$

$$\varphi_2(\varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1} V^+) = \varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3+1} \varphi_2^{e_2+1} \varphi_1^{e_1-1} \varphi_5^{e_5-1} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1} V^+$$

$$\varphi_3(\varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1} V^+) = \varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3+1} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1+1} + 3e_4 \varphi_6^{e_6+1} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4-1} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1} V^+$$

$$\varphi_4(\varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1} V^+) = \varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4+1} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1+1}$$

$$\varphi_5(\varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1} V^+) = \varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5+1} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1} V^+$$

$$\varphi_6(\varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1} V^+) = \varphi_6^{e_6+1} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1} V^+$$

$$\begin{aligned} x_1(\varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1} V^+) &= \lambda_1 \varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1-1} V^+ - e_1(e_1-1) \varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1-1} V^+ \\ &\quad - 3e_3 \varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3-1} \varphi_2^{e_2+1} \varphi_1^{e_1+1} - 2e_4 \varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4-1} \varphi_3^{e_3+1} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1} V^+ \\ &\quad - e_5 \varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5-1} \varphi_4^{e_4+1} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1+1} - 3e_4(e_4-1) \varphi_6^{e_6+1} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4-2} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1} V^+ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2(\varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1} V^+) &= \lambda_2 e_2 \varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2-1} \varphi_1^{e_1+1} + \lambda_1 \varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2-1} \varphi_1^{e_1} V^+ \\ &\quad + e_3 \varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3-1} \varphi_2^{e_2+1} \varphi_1^{e_1+1} - e_6 \varphi_6^{e_6-1} \varphi_5^{e_5+1} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1} V^+ \\ &\quad - e_3(e_3-1) \varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4+1} \varphi_3^{e_3-2} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1+1} + e_1 e_2 \varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2-1} \varphi_1^{e_1} V^+ \\ &\quad - e_2 e_3 \varphi_6^{e_6} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3} \varphi_2^{e_2-1} \varphi_1^{e_1} - 2e_3(e_3-1)(e_3-2) \varphi_6^{e_6+1} \varphi_5^{e_5} \varphi_4^{e_4} \varphi_3^{e_3-3} \varphi_2^{e_2} \varphi_1^{e_1} V^+ \end{aligned}$$